Дәріс 1. Кіріспе. Комплекс сандар және олардың таралымы. Нақты сандар жиынын кеңейту қажеттілігі

1 Комплекс сандардың шығу тарихы

Жаңа теорияны меңгеру барысында, оның пайда болуының және қалыптасуының нақты тарихи жағдайын ескеру керек. Комплекс сандар, функциялар, комплекстік айнымалылардан және тіпті комплекстік анализдің алғашқы түрінен қазіргі осы шақтың түріне өте ұзақ эволюциялық жолдан өтіп келді. Комплекс сандардың тарихы шиеленіске толы. Алғашқы рет жорамал сандарды Дж. Кардано (1545) енгізген, бірақ оларды қолдануға жарамсыз деп есептеген. Кубтық теңдеуді шешу кезінде жорамал сандардың қажет екенін Р. Бомбелли (1572) көрсетті. 17-18 ғасырларда келесі түрдегі сан $a+bi$ $(b \neq 0)$ болғанда жорамал деп аталды.

Алайда 17 ғасырдың өте атақты ғалымдарына жорамал сандардың қажеттілігі белгісіз және жұмбақ болды. И.Ньютон жорамал бөлікті сандар ұғымына қоспаған. 1707-1724 жылдары жаттығуларда жорамал бөліктің қолданылуын системалық түрде М. Муавр және Р. Котес бастады. $\sqrt{-1} = i$ арқылы Л. Эйлер (1777) белгіледі. К.Гаусс (1799) комплекс сандардың жиыны алгебралық екенін дәлелдеді. Комплекс сандар ұғымын Л. Карно (1803) енгізді. Комплекс сандардың геометриялық интерпретациясын К. Вессель (1799) және Ж. Арган (1803) енгізді. 1851 жылы Б. Риман докторлық диссертациясын «Комплекс айнымалы функциялар теориясы» тақырыбында қорғады. Осы күнді "Комплекс айнымалы функциялар теориясы" жаңа дисциплинаның туылу күні деп атайды. Совет үкіметі кезінде ең алғаш докторлық диссертацияны КАФТ бойынша А.И. Маркушевич қорғады, ол кезінде Семейдегі мектепті бітірген. Ең алғаш КАФТ лекциясын қазақ тілінде Б. Тулегенов оқыды.

Қазіргі кезде математиканы комплекс сандарсыз елестету өте қиын. КАФТ математиканың ең әдемі бөліктерінің бірі. Бұл курстың мақсаты математиканың осы бөлігінің әдемілігін және қуаттылығын көрсету. Осының арқасында комплекс анализдің дамуы, яғни Риман кеңістігіндегі функциялар теориясы, комплекс айнымалының көптеген функциялар теориясын дамытты.

2 Нақты сандар жиынының кеңейтілуінің қажеттілігі

Натурал сандар үлкен емес сандарды санауға қажет. $2 + x = 1$ теңдеуінің натурал сандар жиынында шешімі жоқ, сондықтан натурал сандар жиынының дамуына қиындық соқты. Содан оның кеңейтілуі ұғымы пайда болды. Ол бүтін сандар жиыны деп аталды.

$2x = 1$ өрнегінің бүтін сандар жиынында шешімі жоқ. Осыдан бүтін сандар жиынының кеңейтілуіне келді. Оның кеңейтілуі рационал сандар жиыны болды. $x^2 = 2$ теңдеуінің рационал сандар жиынында шешімі жоқ, сондықтан рационал сандар жиынының кеңейтілуі ұғымы пайда болды. Оның кеңейтілуі нақты сандар жиыны болды. $x^2 + 1 = 0$ теңдеуінің нақты сандар жиынында шешімі жоқ, сондықтан нақты сандар жиынының кеңейтілуі мәселесі туындады. Оның кеңейуі комплекс сандар болды. Бірақ бұдан комплекс сандар жиыны нақты сандар жиынының барлық қасиетіне ие бола бермейтінін айта кетейік. Нақты сандардың келесі қасиеттері бар.

- Қосу мен көбейту амалдарына қарағанда коммутативті қасиеті
- Көбейту амалына қатысты қосу амалының дистрибутивтілігі
- Ассоциативтік
- Бірлік және нөлдік элементтің бар болуы
- Кері және теріс элементтің бар болуы

Сонымен қатар кез-келген екі нақты санның тізбек қатынасына бағынышты болғанына қарамастан, комплекс сандар жиыны реттелмеген.

3 Комплекс сандардың түрпаттары

Нақты сандардың түрпаттары әр түрлі екенін көрсетейік.

- Нақты сан ол ондық бөлшек.
- Нақты сан ол сан осіндегі нүкте.
- Нақты сан ол тесілген шеңбердегі нүкте.

Жоғарыда айтылған жиындар бір-бірімен изоморфты, яғни әрбір жиындар жұбының арасында қосу мен көбейту амалдарын сақтайтын өзара бір мәнді сәйкестік бар. Математикада жеке объектілер емес, өзара изоморфты объектілердің кластары зерттеледі.

Теорема 1 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ *матрицасы* $X^2 = -E$ *матрицалық теңдеуді қанағаттандырады.*

Дәлелдеуі матрицалық қатынастарын тікелей тексеруінде жатады. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. ■